Экологическая химия 2012, 21(1); 1–9.

ТЕОРЕТИКО-ГРУППОВОЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ

М. И. Гуламов

Бухарский государственный университет, Узбекистан, 705017, Бухара, ул. М. Икбола 11,
e-mail: gmi56@mail.ru

Поступило в редакцию 23 января 2012 г.

Работа посвящена применению теоретико-группового анализа для исследования проблемы взаимодействия экологических факторов. Исследования показывают, что взаимодействуя по функциям коэффициентов выживаемости, экологические факторы составляют неабелеву бесконечномерную группу. Исследованы свойства, структура и один вид представления этой группы. Найдена и исследована инвариантность вида функции коэффициента выживаемости. Исследования полезны при изучении вопросов теории симметричности экологических факторов между собой. Следует отметить, что такой подход в биологическом исследовании применяется впервые.

Ключевые слова: теоретико-групповой подход, теория групп, множества, симметрия, инвариантность, монотонные функции, сдвиг (трансляция), поворот на π, преобразование 1 – α(z), n-мерное пространство, матрица, экологические факторы, выживаемость, функция коэффициента выживаемости, гиперобъем выживаемости, экологическая ниша.

Применение теоретико-группового подхода к исследованию биологических явлений вызвано некоторыми особенностями. В чем заключаются эти особенности? Прежде чем ответить на этот вопрос, необходимо привести те особенности физических задач, которые являлись основанием для применения теоретико-групповых подходов в их решении. Такой особенностью является свойство симметрии физических задач. Например, сим-метрия пространства и времени играет фундаментальную роль в физике. Ее проявления многообразны. В наиболее общей форме она выражается в том, что все инерциональные системы отсчета физически эквивалентны. Из этого вытекает, что и все физические законы имеют одну и ту же форму во всех инерциональных системах отсчета.

Для применения методов теории групп к исследованию решений той или иной физической задачи вовсе не обязательно доводить формулировку задач до чисто математической. Это очень важное свойство теории групп, так как оно позволяет пользоваться ее методами и в тех случаях, когда физические законы, необходимые для перехода от физической задачи к математической, еще не известны. Именно такое положение наблюдается сейчас в теории элементарных частиц [1].

Теперь ответим на поставленный выше вопрос. Это, во-первых, одинаковое симметричное строение генных структур большинства живых существ; во-вторых, наличие четких структур классификации (систематики) в биологии, которые отражают взаимоотношения между организмами, и в-третьих, преимущественно качественный нежели количественный характер понятия биологических закономерностей. Все эти особенности (симметрия, классификация и качественный характер биологических понятий) могут быть теми особенностями, которые позволили бы применять теоретико-групповой подход для исследования и решения ряда биологических задач.

Применяя вышеизложенное к изучаемой нами проблеме, можно отметить, во-первых, наличие в общем случае только лишь качественных характеристик функции выживаемости (рис. 1, 2),

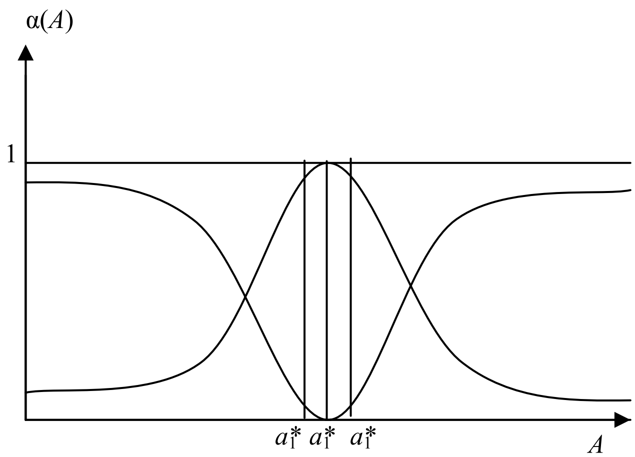

Рис. 1.

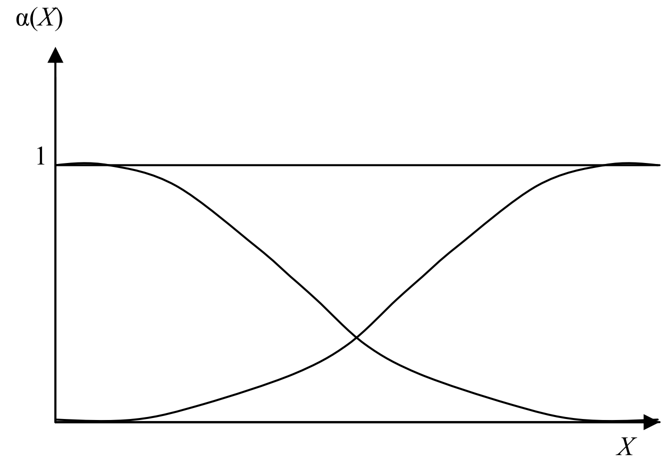

Рис. 2.

и во-вторых, при исследовании соотношений двух типов факторов (плотностного-зависимых и независимых) выживаемости особей популяции насекомых показал, что функции выживаемости могут отличаться друг от друга только лишь одним или двумя параметрическими преобразованиями (под параметрами подразумевается крутизна и сдвиг). Все это говорит о вполне целесообразном применении теоретико-группового подхода для решения проблемы взаимодействия экологических факторов [2, 3].

Теоретико-групповое исследование функции выживаемости популяций

В данном разделе представлено исследование соотношения двух типов, плотностно-зависимых и независимых, факторов относительно их функции выживаемости с помощью математического аппарата теории групп. При таком подходе не преследуется цель выявления какого-либо основного доминирующего типа факторов, а делается попытка выявить, в каком отношении находятся между собой эти два типа факторов. Предположим, что причиной колебания численности популяции является всевозможные комбинации плотностно-зависимых и независимых факторов. «…Скорее анализ факторов динамики численности может помочь выяснению причин колебаний продуктивности, чем количественная характеристика потока вещества и энергии через популяцию даст ключ к пониманию причин ее динамики» [4].

При качественном исследовании механизмов выживаемости популяции установлено, что поведение функции выживаемости как функции плотностно-зависимых факторов [$\alpha(X)$] определяется самой природой детерминации функции выживаемости как функции плотностно-независимых факторов [$\alpha(A)$].

Для анализа соотношения двух типов вышеизложенных факторов поступим следующим образом. Абстрагируемся от конкретных типов факторов, заменяя их каким либо обобщенным множеством факторов Z, компонентами которого являются плотностно-зависимые и независимые факторы: $Z = \{d_1, d_2, \ldots , d_k, l_1, l_2, \ldots , l_r\}$.

Для простоты сначала будем рассматривать значения функции выживаемости $\alpha(kz)$ с параметром крутизны $k = 1$ [т. е. $\alpha(z)$] и при всевозможных значениях z, где $z \in Z$. Пусть дано какое-нибудь поведение функции выживаемости $\alpha(z)$ [$\alpha(z) = e$] вида, приведенного на рис. 3а, обозначим его через $f(z)$. Путем сдвига (трансляции) $f(z')$ к точке z получим: $f(z - z') = x$ (рис. 3б), затем поворачиваем на π вокруг оси (перпендикулярной оси Z) проходящий через точки z', и получаем: $f(z' - z) = A$ (рис. 3), т.е. зеркальное отражение функции $f = (z - z')$. Произведем преобразования $1 - \alpha(z)$ над функцией $f(z' - z)$, получим: $1 - f(z' - z) = B$ (рис. 3г). Для функции $1 - f(z' - z)$ еще раз применим операцию поворота на π, в результате получим $1 - f(z - z') = Y$ (рис. 3д). Сдвигая к началу координат $1 - f(z - z')$, как $1 - J$ получим $1 - f(z) = C$. Еще раз преобразуя $1 - f(z) = J$, как $1 - f'$, получим $1 - [1 - f(z)] = f(z) = e$ (рис. 3а).

Все возможные варианты $\alpha(z)$, приведенные на рис. 3, были получены из состояния $f(z)$ (рис. 3а)

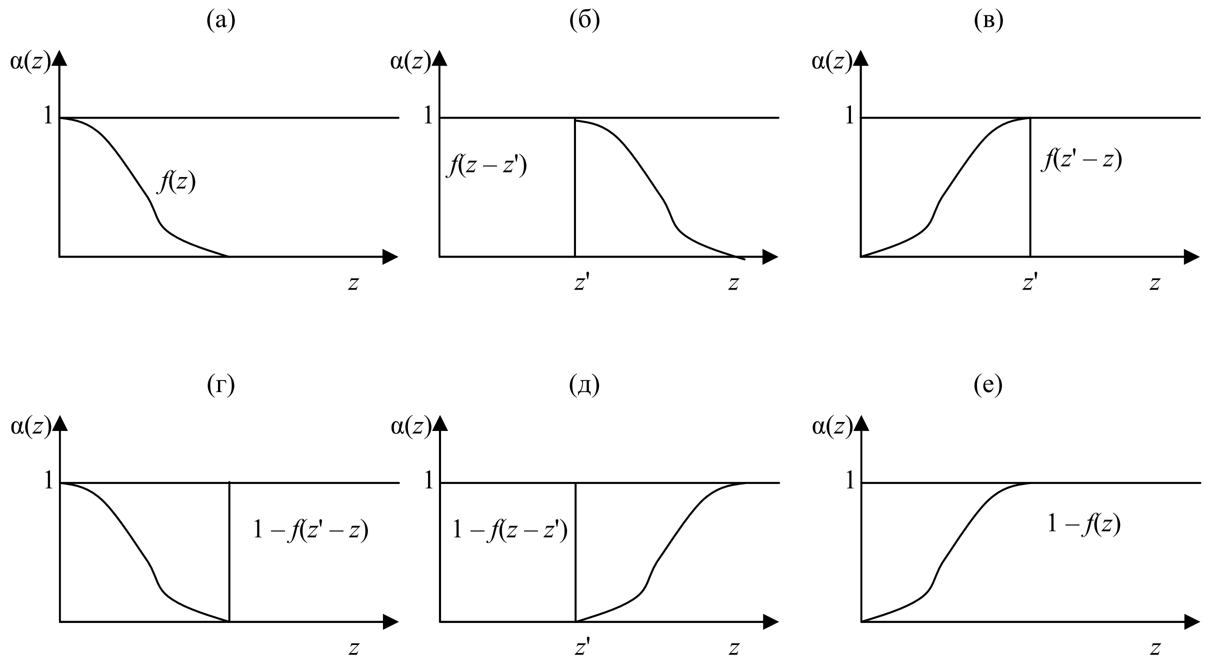

Рис. 3.

путем последовательного воздействия операции: сдвиг (трансляция) по оси абсцисс Z, поворот на π относительно (перпендикулярной оси Z), проходящий через какую-нибудь фиксированную точку z' и преобразование $1 - \alpha(z)$.

Пусть T означает множество монотонных функций (такие как на рис. 3), отображающих R в отрезок $[0,1]$, и пусть $S(T)$ – симметрическая группа множества T, т. е. группа всех взаимно однозначных отображений T на себя, где произведение двух отображенных φ и ψ означает их суперпозицию.

Для каждого $z' \in R$ обозначим через $G(z')$ подгруппу в $S(T)$, порожденную множеством $P(z') = \{x(z'), y(z'), a(z'), b(z'), c\}$ [элементы x, y, a, b, c суть X, Y, A, B, C соответственно, и заметим, что элемент $c \in P(z')$ от z' не зависит], где элементы из $P(z')$ действуют на множество T следующим образом [результат действия элемента $g \in S(T)$ на функцию $\varphi \in T$ обозначим φ^g]:

$$\varphi^{x(z')}(z) = \varphi(z - z'),$$
$$\varphi^{a(z')}(z) = \varphi(z' - z),$$
$$\varphi^{b(z')}(z) = 1 - \varphi(z' - z),$$
$$\varphi^{y(z')}(z) = 1 - \varphi(z - z'),$$
$$\varphi^{(c)}(z) = 1 - \varphi(z). \qquad (1)$$

Нетрудно проверить, что из формул (1) следует, что если $z \neq 0$, то $a^2(z') = b^2(z') = c^2 = e$, а элементы $x(z')$ и $y(z')$ имеют бесконечный порядок, если же $z' = 0$, то очевидно, что $x^2(z') = y^2(z') = e$.

Пусть $z' \neq 0$. Исследование структуры группы $G(z')$ показывает, что в терминах образующих и определяющих соотношений $G(z')$ имеет следующий вид:

$$G(z') = <a(z'), x(z'), y(z') | x^2(z') = y^2(z'), x(z')\, y(z') = y(z')\, x(z'), a^2(z') = e,$$
$$a(z')x(z')\, a(z') = x^{-1}(z'), a(z')y(z')a(z') = y^{-1}(z')>.$$

Обозначим через G подгруппу группы $S(T)$, порожденную множеством $\{G(z') | z' \in R\} = Q$. Здесь Q – объединение всех подгрупп $G(z')$, где z' принимает значения по всей вещественной прямой R.

Для любого $k > 0$ определим в T подмножество M_k ледующим образом: $M_k = \{a^g(kz) | g \in G\}$. Пусть $M = \mathrm{U}M_k$, для $\varphi \in M$ и $k \in R^+$ определим функцию φ_k, полагая, что $\varphi_k(z) = \varphi(kz)$. Ясно, что $\varphi_k \in M$. Можно проверить, что для любых $\varphi \in M$, $k \in R^+$ и $g \in G$ справедливо равенство:

$$(\varphi^g)_k = (\varphi_k)^g. \qquad (2)$$

Пусть K – группа положительных вещественных чисел по умножению и $K \times G$ – прямое

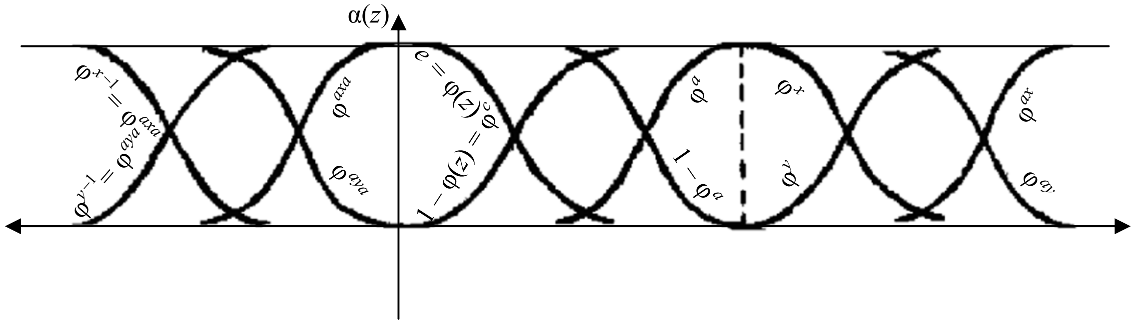

Рис. 4.

произведение групп K и G. Для любых $k\in K$, $g\in G$, $\varphi\in M$ положим

$$\varphi^{(k,g)} = (\varphi_k)^g. \quad (3)$$

Из уравнения (3) следует, что равенство (16) определяет действие группы $K\times G$ на множество M.

Причем можно проверить, что $K\times G$ действует на множество M транзитивно, т. е. для любых φ и ψ из M $\exists g\in K\times G$ такой, что $\varphi^g = \psi$.

Биологическая интерпретация структуры группы *G*

Пусть $f\in M_k$. Обозначим через f^g образ функции f при воздействии на нее элемента g из группы G. Рассмотрим несколько монотонных кривых, образованных с помощью элементов группы G (рис. 4). Отсюда видно, что все элементы $H(z')$ – подгруппы группы G, порожденные множеством $\{x(z'), y(z')\}$ [легко видеть, что $H(z')$ является нормальным делителем группы $G(z')$], при воздействии на элемент e [$e = f(z)$] образуются кривые, лежащие правее относительно осей, проходящих через фиксированные точки z' ($z'\in R$), включая ось ординат, $z' = 0$, а элементы смежных классов (aH) дают нам зеркальное отражение их. С учетом ранее выдвинутых нами гипотез [5] эти монотонные кривые (правосторонние и их зеркальное отраженные, а так же соответствующие сочетания правосторонних кривых с их зеркальными отражениями), приведенные на рис. 4, дают нам всевозможные кривые функций выживаемости как функции плотностно-зависимых [$\alpha(x)$] и независимых [$\alpha(a)$] факторов.

Анализ монотонных кривых на рис. 4 дает нам всего шесть разновидностей функции выживаемости как функции плотностно-зависимых факторов относительно какого-либо фиксированного его значения d' ($d'\in Z^+$ – множество положительных целых чисел) (рис. 5), и двух разновидностей функции выживаемости как функции плотностно-независимых факторов относительно какого-либо фиксированного его значения l' ($l'\in R$) (рис. 6).

Из шести возможных кривых функции выживаемости как функции плотностно-зависимых факторов две (рис. 5, V и VI) совпадают полностью по форме с двумя видами кривых функции выживаемости как функции плотностно-независимых факторов (рис. 6, I и II).

Пересечение в *n*-мерном пространстве

Пусть дан объем, образованный пересечением соответствующих цилиндров в n-мерном гиперпространстве:

$$H_1 = \{\alpha_1(A_1, t, n)|A_1, A_2, \ldots, A_n\}$$

$$H_2 = \{\alpha_2(A_2, t, n)|A_1, A_2, \ldots, A_n\}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$H_n = \{\alpha_n(A_n, t, n)|A_1, A_2, \ldots, A_n\}. \quad (4)$$

Пересечение данных цилиндров в заданном гиперпространстве задается следующим образом:

$$H = \bigcap_{i=1}^{n} H_i = \{\min[\alpha_1(A_1, t, n), \alpha_2(A_2, t, n), \ldots, \alpha_n(A_n, t, n)] | A_1, A_2, \ldots, A_n\}. \quad (5)$$

В общем случае такие пересечения могут быть бесконечными в n-мерном гиперпространстве, принадлежащем множеству монотонных кривых $M\times M\times \ldots\times M = M^n$, т. е.

$$H = \bigcap_{i=1}^{n} H_i \in M^n. \quad (6)$$

Если группу $K\times G$, действующую на множество монотонных кривых M, обозначить через T ($K\times G = T$), тогда на множестве M^n будет действовать группа $T\times T\times\ldots\times T = T^n$.

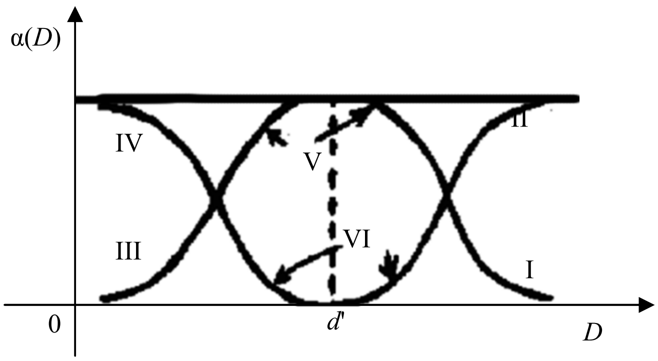

Рис. 5.

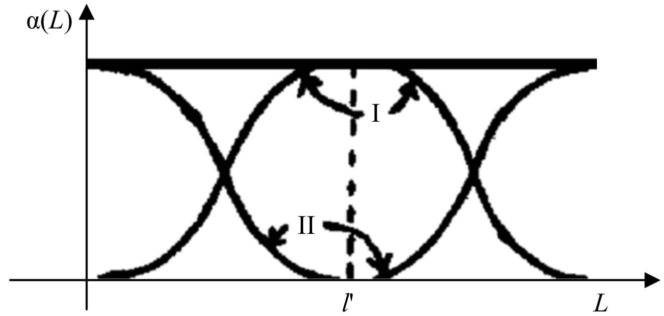

Рис. 6.

Используя результаты теоретико-группового исследования функции выживаемости популяции и вышеизложенное, можно записать для любых двух пересечений $\bigcap_{i=1}^{n} H_i$ и $\bigcap_{j=1}^{n} H_j$ из $M^n \exists t \in T^n$ такое, что

$$\left(\bigcap_{i=1}^{n} H_i\right)^t = \bigcap_{j=1}^{n} H_j . \qquad (7)$$

Так как группа T^n действует на множество M^n транзитивно, то элементы множества M^n (различные пересечения) друг относительно друга симметричны по отношению действия элементов группы T^n.

Экологическую нишу можно рассматривать как пересечение объемов таких как выражение (4) в n-мерном гиперпространстве, т. е. как некий n-мерный гиперобъем выживаемости $H = \bigcap_{i=1}^{n} H_i$. Из соотношения (7) следует, что различные пересечения (5) в множестве M^n друг относительно друг симметричны. Это означает, что гиперобъемы выживаемости различных видов друга относительно друга симметричны. Кроме того, такой вывод может служить еще одним доказательством пульсирующих ниш.

О симметрии функции выживаемости

В данном разделе речь идет о симметричном отношении функции выживаемости между собой. При этом хотелось бы коротко остановиться на освещении понятия симметрии.

Понятие симметрии в популярной форме освещено в работах Г. Вейля (1968) [6], Л. Тарасова (1982) [7], А. Мигдала (1983, 1989) [8, 9], И. Шафранского (1985) [10], А. Сонина (1987) [11], Р. Фейнмана (1987) [12] и С. Петухова (1988) [13].

Известный математик Г. Вейль (1968) [6] предположил прекрасное определение симметрии, согласно которому симметричным называется такой предмет, который можно как-то изменять, получая в результате то же, с чего вы начали. Именно в этом смысле говорят о симметрии законов физики. При этом имеется в виду, что физические законы или способы их представления можно изменять так, что это не отражается на их следствиях [6, 12]. В этом смысле понимается симметрия и в настоящей работе.

Те операции изменения, последствия воздействия которых не отражаются на характере физических или биологических законов, составляют сущность понятия симметрии [14, 15].

Принципы симметрии (инвариантности) подразделяют на геометрические и динамические. При этом геометрическая – это та симметрия, которую можно непосредственно видеть (поворот в пространстве, сдвиги во времени, трансляция). В отличие от геометрических, динамические принципы симметрии формулируются в терминах законов природы и относятся скорее к определенным типам взаимодействии, нежели к каким-либо корреляциям между событиями. Примером динамической симметрии могут быть теоретико-групповые преобразования. В подтверждение этого и приведем утверждение [11]: «Таким образом, в классической механике симметрия утратила наглядный геометрический смысл. Теперь она выступает в абстрактной форме как условие, при котором управление, описывающее тот или иной физический закон, не меняет своего вида. При этом сами условия должны образовать группу в математическом смысле».

Из вышеизложенного следует, что изучение симметрии – это проведение классификации в соответствующей области исследования. С этой целью нами было проведено теоретико-групповое исследование функции выживаемости. Для этого было выбрано поведение функции выживаемости $\alpha(z) = e$ вида, приведенного на рис. 3а.

Проводя над этими кривыми следующие операции: сдвиг (трансляция), поворот на π вокруг оси (перпендикулярной оси Z) и преобразования $1 - \alpha(z)$ соответствующий количество раз, можно получить всевозможные виды функции выживаемости (рис. 3). Теоретико-групповое исследование над этими операциями показало, что они составляют группу [см. формулы (1)–(3)]. Причем найденная группа $K\times G$ действует на множество M (множество всевозможных функции выживаемости) транзитивно, т. е. для любых φ и ψ из $M\exists g\in K\times G$ такое, что $\varphi^g = \psi$. Из этого следует, что рассматриваемые нами всевозможные функции выживаемости (M) (рис. 1–3) относительно действия элементов группы $K\times G$ друг относительно друга находятся в симметричном отношении, т. е. любой элемент множества M можно получить из любого другого элемента множества M с помощью соответствующей операции симметрии из группы $K\times G$. Наглядным примером может служит рис. 4.

Из вышеизложенного следует, что зная функции выживаемости по одним видом экологического фактора, можно получить функции выживаемости по другим экологическим факторам с помощью элементов группы преобразования $K\times G$, т. е. группа $K\times G$ играет роль закона преобразования функции выживаемости экологических факторов. Кроме того, данный закон преобразования действует независимо от типа факторов.

Симметричность функции выживаемости указывает еще на то, что все экологическое факторы: абиотические, биотические и антропо-генные, относительно своих функций выжива-емости близко родственные, т. е. разные проявления одной и той же функции [3]. Это говорит о внутренней согласованности экологических факторов между собой.

Логический вывод о симметричности различных пересечений функции выживаемости в n-мерном гиперпространстве, т. е. о симметричности гиперобъемов выживаемости видов, вполне обоснован. Такой вывод означает симметричность экологических ниш различных видов.

Некоторые представления группы *G*

В работах [2, 3–16] изучалась различная природа функции выживаемости и ее преобразования. Исследования показали, что все разновидности функции выживаемости – суть различных модификаций функции:

$$\alpha(z) = \exp(-k|z(t)|), \tag{8}$$

где k – коэффициент крутизны ($k\in R$) и $z(t)$ – значение какого либо экологического фактора (Z) в момент времени t [$z(t)\in Z$].

Зная один закон изменения функции выживаемости (8), возможно вывести любой другой с помощью соответственного преобразования из группы G. Абстрактный характер структуры группы G не позволяет произвести преобразования в прикладных целях. В связи с этим возникает необходимость исследования различных представлений группы G, которые позволяли бы применить эту теоретическую предпосылку в решении прикладных задач.

Сначала о структуре, природе и морфизмов – объектов, к изучению которых сводятся, в конечном счете, любые теоретико-групповые исследования. Группа G в терминах образующих и определяющих соотношений имеет следующий вид [3, 16]:

$$G = \langle a, x, y | a^2 = e, xy = yx, x^2 = y^2, axa = x^{-1}, aya = y^{-1}\rangle. \tag{9}$$

Исследования поведения элементов группы G показал, что каждый из образующих группы элементов (9) образует циклическую подгруппу: $D = \{a, e\}$; $X = \{\ldots, x^{-1}, x^0, x^1, \ldots\}$, $Y = \{\ldots, y^{-1}, y^0, y^1, \ldots\}$.

Рассмотрим подмножество множества элементов подгруппы $H(z')$ группы G [из вышеизложенного следует, что $H(z')$ является нормальным делителем группы $G(z')$] следующего вида:

$$C = \{x^{2n+1}\, y^{-(2n+1)}, x^{-(2n+1)}\, y^{2n+1}\},$$

где $n\in Z^+$, $x = f(z - z')$, $y = 1 - f(z - z')$ [3, 17]. Исследование показывает, что $\forall n\in Z^+$ $x^{2n+1}\, y^{-(2n+1)} = x^{-(2n+1)}\, y^{2n+1} = 1 - f(z) = c$, $c^2 = f(z) = e$.

Кроме того, подгруппа c группы G является его центром, т. е. $c = Z(G)$. Из вышеизложенного следует, что:

$$H = \langle x, y, | xy = yx, x^{2n} = y^{2n}, x^{2n+1} y^{-(2n+1)}$$
$$= x^{-(2n+1)} y^{2n+1} = c, c^2 = e, cx = y, cy = x, n \in Z^+ \rangle.$$

С учетом свойства элемента c группу G (9) можно переписать в виде:

$$G_M = \langle a, c, x | a^2 = c^2 = e, ac = ca, xc = cx, axa = x^{-1}, xax = yay = a \rangle. \quad (10)$$

$$C = \langle c | c^2 = e \rangle;\ C = \{c, e\};\ G/H = \langle a | a^2 = e \rangle;\ H/C = \langle x \rangle;\ G/C = \langle a, x | a^2 = e, axa = x^{-1}, xax = a \rangle;$$

$C/1 = \langle 1 \rangle$; $G/H \cong D$ – абелева; $G/C \cong Z_2Z = \{x^n, ax^n\}$, где Z_2 типа группы C и D, $Z = \{x^n | n \in Z\} \Rightarrow H/C \cong Z$, $G/C = D \times H/C$.

Анализ структуры (10) показывает, что, во-первых, группа G_M в структурном отношении намного проще, нежели группа G, во-вторых, $G \cong G_M$. Это позволяет нам в дальнейшем заниматься группой G_M вместо G.

Относительно образующих элементов группы G_M (10) предполагаем: пусть x–параллельный перенос (P); a–симметрическое преобразование (S_1) относительно перпендикулярной оси проходящей через точки z^* оси абсцисс; c–симметрическое преобразование (S_2) относительно горизонтальной (параллельной оси абсцисс) линии проходящей через средину интервала [0,1] оси ординат. Другими словами $x - P$, $a - S_1$, $c - S_2$.

Теперь рассмотрим преобразования в более общем виде – проективное преобразование на проективной плоскости задается в следующем виде:

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{12}y + a_{13}t, \\ y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_{23}t, \\ t' &= a_{31}x + a_{32}y + a_{33}t, \end{aligned} \quad (11)$$

Матрица такого преобразования имеет вид:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Пусть элементы данной матрицы преобразования удовлетворяют условиям: $a_{11} = 1$, $a_{12} = 0$, $a_{13} = z^*$, $a_{21} = 0$, $a_{22} = 1$, $a_{23} = 0$, $a_{31} = 0$, $a_{32} = 0$, $a_{33} = 1$. Тогда получим матрицу параллельного переноса по оси z. Такая матрица имеет вид:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & z^* \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Запись $a_{13} = z^*$ означает, что начало координат сдвинуто в точке z^* по оси абсцисс. Симметрические преобразования S_1 и S_2 для матрицы (12) имеют вид:

$$S_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Здесь матрицы S_1, S_2, P – суть элементов a, c, x в группе G_M (10) соответственно. Исследования показали, что матрицы S_1, S_2, P образуют группу с обычной операцией умножения над матрицами. Обозначим эту группу в следующим образом:

$$SM(3, R) = \{A \in GL(n, R) | \det. A = \pm 1\}. \quad (14)$$

Элементы группы $SM(3, R)$ удовлетворяют всем свойствам группы G_M: $S_1^2 = S_2^2 = E$, $S_1S_2 = S_2S_1$, $PS_2 = S_2P$, $S_1PS_1 = P^{-1}$ и $PS_1P = S_1$. Из этого следует, что $G_M \cong SM(3, R)$. Полученные результаты позволяют записать: $G \cong G_M \rightarrow G \cong SM(3, R)$. Этот результат удовлетворяет вышеизложенной постановке задачи. Дальнейший материал излагается в предположении, что в (8) $k \geq 1$. Для этой цели уравнение (8) перепишем с учетом коэффициентов матрицы преобразования (12) следующим образом:

$$\alpha(z) = a_{23} + a_{22}\exp(-|a_{23}z(t) - a_{23}|). \quad (15)$$

Таким образом, функции выживаемости могут преобразоваться в зависимости от воздействия элементов группы $SM(3, R)$ следующим образом:

$$\alpha(z)^E = \exp(-|z(t)|),\ \alpha(z)^P = \exp(-|z(t) - z^*|),\ \alpha(z)^{S_1P}$$
$$= \exp(-|z^* - z(t)|),\ \alpha(z)^{S_1} = \exp(-|-z(t)|),$$
$$\alpha(z)^{S_2} = 1 - \exp(-|z(t)|),\ \alpha(z)^{-1} = \exp(-|z(t) + z^*|),$$
$$\alpha(z)^{S_1PS_2} = 1 - \exp(-|z^* - z(t)|),\ \alpha(z)^{PS_1}$$
$$= 1 - \exp(-|z(t) - z^*|), \text{ и т.д.} \quad (16)$$

Верхние индексы этих функции выживаемости означают воздействия элементов группы $SM(3, R)$ на функцию вида (8) по закону (15). Такие воздействия преобразуют в соответствующих формах функции выживаемости, что и требовалось решить [17].

В зависимости от значения функции выживаемости в оптимальных интервалах по соответствующим экологическим факторам можно подобрать тот или иной вид кривых функции выживаемости, например:

(1) для оптимального интервала [z_1*, z_2*], где $\alpha(z) = 1$ соответствует преобразование S_1P и P;

(2) для оптимального интервала [z_1*, z_2*] где $\alpha(z) = 0$ соответствует преобразование S_1PS_2 и PS_2;

(3) для начало координат, где $\alpha(z) = 1$ соответствует преобразование E и S_1;

(4) для начала координат, $\alpha(z) = 0$ соответствует преобразование S_1S_2 и S_2.

Указанные преобразования достаточны для вычисления значения функции выживаемости по всем экологическим факторам любого типа.

Резюмируя вышеизложенное, в группе $SM(3, R)$ всегда найдется преобразование, позволяющее переходить из одного вида функции выживаемости в другой, по интересующим нас экологическим факторам, которые не требует заранее произвести предварительные исследования по данному фактору.

ВЫВОДЫ

1. Всевозможные монотонные функции выживаемости (M) отличаются друг от друга только лишь параметрами крутизны и сдвига и относительно операции трансляции (сдвиг), поворот на π и преобразования $1 - \alpha(z)$ образуют группу $K\times G$.

2. Инвариантность вида функции выживаемости $\alpha(z) = a_{23} + a_{22}e(-k|a_{11}z(t) - a_{13}|)$, соответствующих экологических факторов указывает на то, что все экологические факторы – абиотическое, биотическое и антропогенные относительно своих функции выживаемости близкородственные, т. е. составляют разные проявление одной и той же закона. Это свидетельствует о внутренней согласованности экологических факторов между собой.

3. В большинстве случаев проблемы прикладной экологии должны решать с позиции анализа взаимодействия экологических факторов между собой и между различными их типами (абиотическими, биотическими и антропогенными).

ЛИТЕРАТУРА

1. Любарский, Г.Я., *Теория групп и физика*, Москва: Наука, 1981, 241 с.
2. Гуламов, М.И., Файзиев, В.А., Исследование групповых свойств коэф-фициентов выживаемости популяции насекомых. Математические проблемы экологии. *Тезисы докладов 3 школы, 2-7 июля*, Чита, 1990, с. 52.
3. Гуламов, М.И., Файзиев, В.А., Теоретико-группавое исследование коэффициентов выживаемости популяций насекомых, *Изв. АН Респ. Таджикистан, отдел. физ.-мат. и хим. наук*, 1992, Т. 1, №. 1, с. 20.
4. Викторов, Г.А., Трофическая и синтетическая теория динамики численности насекомых, *Зоол. Журн.*, 1971, Т. 50, №. 3, с. 361.
5. Гуламов, М.И., Качественное исследование механизмов выживаемости особей популяции насекомых, *Изв. АН Тадж. ССР, отдел. биол. наук*, 1989, Т. 4б, № 117, с. 39.
6. Вейль, Г., *Симметрия*, Москва: Наука, 1968, 191 с.
7. Тарасов, Л., *Этот удивительно симметричный мир*, Москва: Просвещение, 1982, 172 с.
8. Мигдал, А.Б., *Поиски истины*, Москва: Молодая гвардия, 1983, 240 с.
9. Мигдал, А.Б., *Квантовая физика для больших и маленьких*, Москва: Наука, 1989, 140 с.
10. Шафранский, И.И., *Симметрия в природе*, Ленинград: Недра, 1985, 168 с.
11. Сонин, А.С., *Постижение совершенства*, Москва: Знание, 1987, 207 с.
12. Фейнман, Р., *Характер физических законов*, Москва: Мир, 1987, 160 с.
13. Петухов, С.В., *Геометрии живой природы и алгоритмы самоорганизации*, Москва: Знание, 1988, №о. 6, 48 с.
14. Алексеев, И.С., *Симметрия, инвариантность, реальность. Принципы симметрии*, Москва: Наука, 1978, с. 47.
15. Ачуркин, И.А., *Симметрия как принцип динамической унификациии физики. Принципы симметрии*, Москва: Наука, 1978, с. 47.
16. Гуламов, М.И., *К взаимодейстивю экологических факторов*, Ташкент: ФАН, 1994, 97 с.
17. Гуламов, М.И., Хошимов, Ш.Х., *К теории симметрии коэффициентов выживаемости. Доклады АН Руз,* 1997, no. 4, с. 16.

Group-Theoretic Approach to the Study of the Interaction of Environmental Factors

M. I. Gulamov

Bukhara State University, M.Iqbol st., 11, 705017, Bukhara, Uzbekistan.
e-mail: gmi56@mail.ru

Abstract—This paper visits the use of group-theoretical analysis for studying the interaction of environmental factors. Research shows that the interaction of the functions of environmental factors of survival factors are not an infinite-dimensional Abelian group. We investigate the properties, structure and form a representation of this group, and given some of the biological interpretation. The invariance of the type of function survival rate were found and investigated. These studies are useful to examine the symmetry of the theory of environmental factors together. It should be noted that this approach is used in biological research for the first time.

Keywords: group-theoretic approach, the theory of groups, sets, symmetry, invariance, monotone functions, the shift (translation), turn on, transform-dimensional space, the matrix, environmental factors, survival, survival rate function, the hypervolume of survival, the ecological niche.